Drie halve cirkels

10 maximumscore 5

- $MC = 2$ en $MD = 4$ — 1
- De stelling van Pythagoras in driehoek MCD geeft
  $CD = (\sqrt{MD^2 - MC^2} =)\sqrt{4^2 - 2^2}$ $(= \sqrt{12})$ — 1
- Gebruik van een rechthoekige driehoek KLS, waarbij S de loodrechte projectie is van K op LQ (of een rechthoekige driehoek PQX, waarbij X het snijpunt is van LQ en de lijn door P evenwijdig aan KL) — 1
- $LS = 2$, $KS = PQ$, $KL = 4$ (of: $QX = 2$, $PX = KL = 4$) — 1
- De stelling van Pythagoras in driehoek KLS (of in driehoek PQX) geeft
  $KS = (\sqrt{KL^2 - LS^2} =)\sqrt{4^2 - 2^2}$, dus $PQ = \sqrt{4^2 - 2^2}$ $(= \sqrt{12})$
  (of: $PQ = (\sqrt{PX^2 - QX^2} =)\sqrt{4^2 - 2^2}$ $(= \sqrt{12})$) (dus geldt $PQ = CD$) — 1

of

- $MC = 2$ en $MD = 4$ — 1
- De stelling van Pythagoras in driehoek MCD geeft
  $CD = (\sqrt{MD^2 - MC^2} =)\sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ — 1
- (ΔRKP en ΔRLQ hebben twee paren gelijke hoeken, dus)
  $\Delta RKP \sim \Delta RLQ$ met R het snijpunt van AL en PQ; samen met $KP = 1$ en $LQ = 3$ geeft dit: ΔRLQ is een vergroting van ΔRKP met factor 3 — 1
- $KL = 4$, dus $RK = 2$ — 1
- De stelling van Pythagoras in driehoek RKP geeft
  $RP = (\sqrt{RK^2 - PK^2} =)\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ dus $PQ = 2\sqrt{3}$ (dus geldt $PQ = CD$) — 1

11 maximumscore 5

- $KM = 3$, $MT = 4 - r$, $KT = 1 + r$ — 1
- De cosinusregel in driehoek KMT geeft
  $(1 + r)^2 = 3^2 + (4 - r)^2 - 2 \cdot 3 \cdot (4 - r) \cdot \cos\alpha$ — 1
- Herleiden tot $\cos\alpha = \dfrac{12 - 5r}{12 - 3r}$ — 3

Vraag	Antwoord	Scores

12 **maximumscore 4**

- $\dfrac{7r-4}{4-r}=\dfrac{12-5r}{12-3r}$ 1
- Hieruit volgt $(7r-4)(12-3r)=(12-5r)(4-r)$ 1
- Herleiden tot $26r^2-128r+96=0$ 1
- Dit geeft, bijvoorbeeld met de abc-formule, $r=\frac{12}{13}$ (want $r=4$ voldoet niet) 1

of

- $\dfrac{7r-4}{4-r}=\dfrac{12-5r}{12-3r}$ 1
- Hieruit volgt $\dfrac{21r-12}{12-3r}=\dfrac{12-5r}{12-3r}$ 1
- Dus $21r-12=12-5r$ 1
- Dit geeft $r=\frac{12}{13}$ 1